

エネルギー論に基づくシールドトンネルの安定解析

STABILITY OF SHIELD DRIVEN TUNNEL BY ENERGETICS

松本嘉司*・西岡 隆**・佐野可寸志***

By Yoshiji MATSUMOTO, Takashi NISHIOKA and Kazushi SANO

Shield tunneling is used in the construction of life-line systems in urban area. Its technology has rapidly been developed but the theoretical background does not have been established yet.

Stress and displacement in linings are studied by stress function of polar coordinate, and the stability of ground is also analyzed by distortional strain energy both in unsaturated and saturated condition. The analysis shows that the distortional strain energy is the good index for supporting mechanism of shield driven tunnel.

Keywords: shield tunneling, tunnel lining, distortional strain energy, saturated ground

1. はじめに

都市の狭あい化につれて、都市内のトンネル施工はシールド工法が多く用いられるようになった。シールドトンネルの特徴はシールド機によって地山を掘削するとともに、その後方にあらかじめ工場で作製されたセグメントを組み立てて、覆工することにある。最近では、さらに場所打ちコンクリートを押し出して覆工する試みも行われようとしている。シールドトンネルの施工技術の発展はめざましいものがあり、問題解決のための新たな手法が次々と開発されてきている。適切な圧力でシールド機の背後に裏込め材を注入するとか、トンネルのライニングに押し出しコンクリートを用いることによって、従来シールドトンネルの欠点とされてきた地山とライニング間の空隙がなくなれば、力学理論に基づいた合理的なトンネルを構築することが可能になる。

先に著者らは吹付けコンクリートとロックボルトで支保されたトンネルの安定性が、地山が蓄えることができ

る最大形状弾性ひずみエネルギーと、掘削によって地山に発生する形状弾性ひずみエネルギーの大小関係から判定できることを示した¹⁾。

さらにこの理論を現実のトンネル計測結果に適用し、トンネル施工の安全率を提案するとともに²⁾、比較的土被りの浅いトンネルでは重力の影響を無視できないことを指摘した³⁾。本論文はこれらの結果をさらにシールドトンネルに適用し、シールドトンネルの力学的性状とその周辺地山の安定性、地下水の影響などを考慮して検討したものである。なお、解析的に取り扱った理論として、参考文献7)~9)があるが、これらは素掘りの状態での解析にとどまっており、地山の安定性にまで言及していない。

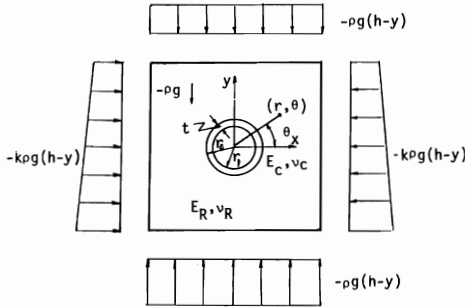
2. トンネル周辺の地山とトンネル・ライニングの応力

トンネルの断面を図-1に示すようにモデル化する。ここで t はトンネル・ライニングの厚さ、 r_0 、 r_1 はそれぞれトンネル・ライニングの外径と内径、 E_R 、 ν_R 、 E_C 、 ν_C はそれぞれ地山およびライニングコンクリートのヤング係数、ポアソン比である。また地表からトンネル中心までの深度を h 、土被りを H 、重力の加速度を g 、地山およびライニングの単位体積重量をそれぞれ ρ 、 ρ'

* 正会員 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科
(〒278 野田市山崎 2641)

** 正会員 工博 筑波大学教授 構造工学系
(〒305 つくば市天王台 1-1)

*** 正会員 工修 東京大学助手 工学部土木工学科
(〒113 文京区本郷 7-3-1)



図一 円孔周辺の応力場

にとる。

解析にあたって以下の仮定を設ける。

1) 破壊に至るまでは地山は弾性的に挙動するものとする。

シールドトンネルの理想的な施工は地山を緩めないことである。シールド工法では、泥水や泥土を切羽全面の土圧に均衡させて掘削するとともに、セグメントと周辺地山との間に完全に密着させるために、シールド機の背面に裏込め注入材を充填するとか、場所打ちコンクリートをトンネル・ライニングに用いる。このような場合には、ライニングと地山の間に空隙は存在しないものと考えられ、地山は破壊に至るまではほぼ弾性的に挙動するものと仮定する。

2) トンネル・ライニングに作用する地山の応力のうち、直応力はライニングに伝達されるが、せん断応力は伝達されないものとする。

掘削後セグメント背面に空隙が存在しない限り、地山に発生する半径方向の変位はライニングによって拘束され、その結果地山に発生する直応力はライニングに伝達される。しかし、掘削によっていったん解放された地山の周方向の変位をライニングによって拘束したり、せん断応力をライニングに担わせることは不可能である。したがって、ライニングの背面、あるいはトンネルと地山の境界ではせん断応力は0であると仮定する。

3) ライニングはコンクリート製の剛性一様で均一な厚さをもつ円筒状であると仮定する。

本研究は地山の特性に対する断面力の変化や地山の安定性を検討することを主な目的としているため、リング継手やセグメント継手の効率はここでは考えない。セグメントの材質や継手の剛性低下は、必要に応じてライニングの弾性係数 E_c の低減あるいはライニングの厚さ t の調整によって補正すればよい。以下の計算例ではライニングの弾性係数、厚さとして、半径5mの円形シールドトンネルに対して、それぞれ $E_c=2.4 \times 10^5 \text{kg/cm}^2$ (23.5 GPa), $t=30 \text{cm}$ を標準の値にとっている。

4) 比較的土被りは浅いものとし、地山には重力が作

用するものとする。

シールドトンネルのように土被りの浅いトンネルでは、地山に作用する重力の影響を無視することはできない³⁾。特に、土被り厚がトンネル半径のおよそ2倍程度までは重力の影響が大きい。そこで、ここでは境界で囲まれた全領域には、物体力として単位体積当たり $-\rho g$ の重力が作用しているものとする。地表面からトンネル中心までの距離を h にとれば、無限遠での鉛直圧縮応力は $-\rho g(h-y)$ 、水平圧縮応力は $-k\rho g(h-y)$ で表わすことができる。ここで k は側圧係数である。

以上のような仮定のもとに、地山とライニングを平面ひずみ場における二次元弾性問題と考え、地山とライニングに発生する応力と変位を解析的に求めた。

極座標表示による応力場は、以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \rho g r \sin^3 \theta \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \rho g r \sin \theta \cos^2 \theta \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \rho g r \cos \theta \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

ここで、 σ_{rr} は半径方向応力、 $\sigma_{\theta\theta}$ は周方向応力、 $\sigma_{r\theta}$ はせん断応力である。また ϕ は Airy の応力関数であり、 y 軸に関して対称であるときには以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi &= a_0 + b_0 \ln r + c_0 r^2 + A_0 \theta \\ &+ \left(b_1 r \ln r + \frac{c_1}{r} + d_1 r^2 \right) \sin \theta + A_1 r \theta \cos \theta \\ &+ \sum_{n=2}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{2+n} + c_n r^{-n} + d_n r^{2-n}) \frac{\sin n \theta}{\cos n \theta} \end{aligned} \dots\dots\dots (2)$$

半径方向ひずみ ϵ_{rr} 、周方向ひずみ $\epsilon_{\theta\theta}$ 、せん断ひずみ $\epsilon_{r\theta}$ 、半径方向変位 u_r 、周方向変位 u_θ と上記の応力との間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{rr} &= (\sigma_{rr} - \nu_0 \sigma_{\theta\theta}) / E_0 \\ \epsilon_{\theta\theta} &= (\sigma_{\theta\theta} - \nu_0 \sigma_{rr}) / E_0 \\ \epsilon_{r\theta} &= \sigma_{r\theta} / 2G = (1 + \nu_0) \sigma_{r\theta} / E_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \int \epsilon_{rr} dr \\ u_\theta &= \int (r \epsilon_{\theta\theta} - u_r) d\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 E_0 、 ν_0 はそれぞれ平面ひずみ状態においては以下の値をとる。

$$E_0 = E / (1 - \nu^2), \quad \nu_0 = \nu / (1 - \nu) \dots\dots\dots (5)$$

したがって、地山の応力 σ_{rr}^R 、 $\sigma_{\theta\theta}^R$ 、 $\sigma_{r\theta}^R$ および変位 u_r^R 、 u_θ^R は次式で与えられる。ここで、上付きの添字 R は地山を表わしている。

$$\sigma_{rr}^R = \frac{b_0}{r^2} + 2c_0 + \left(\frac{b_1}{r} - \frac{2c_1}{r^3} + 2d_1 r - \frac{2A_1}{r} + \frac{3}{4} \rho g r \right)$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \sin \theta - \left(2 a_2 + \frac{6 c_2}{r^4} + \frac{4 d_2}{r^2} \right) \cos 2 \theta \\
 & - \left(6 a_3 r + 4 b_3 r^3 + \frac{12 c_3}{r^5} + \frac{10 d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right) \\
 & \cdot \sin 3 \theta \\
 \sigma_{\theta\theta}^R = & - \frac{b_0}{r^2} + 2 c_0 + \left(\frac{b_1}{r} + \frac{2 c_1}{r^3} + 6 d_1 r + \frac{1}{4} \rho g r \right) \sin \theta \\
 & + \left(2 a_2 + 12 b_2 r^2 + \frac{6 c_2}{r^4} \right) \cos 2 \theta \\
 & + \left(6 a_3 r + 20 b_3 r^3 + \frac{12 c_3}{r^5} + \frac{2 d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right) \\
 & \cdot \sin 3 \theta \\
 \sigma_{r\theta}^R = & \frac{A_0}{r^2} + \left(-\frac{b_1}{r} + \frac{2 c_1}{r^3} - 2 d_1 r + \frac{1}{4} \rho g r \right) \cos \theta \\
 & + \left(2 a_2 + 6 b_2 r^2 - \frac{6 c_2}{r^4} - \frac{2 d_2}{r^2} \right) \sin 2 \theta \\
 & - \left(6 a_3 r + 12 b_3 r^3 - \frac{12 c_3}{r^5} - \frac{6 d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right) \\
 & \cdot \cos 3 \theta \\
 & \dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_r^R = & \frac{1}{E_0^R} \left[-\frac{b_0}{r} (1 + \nu_0^R) + 2 c_0 (1 - \nu_0^R) r \right. \\
 & + \left\{ b_1 (1 - \nu_0^R) \ln r + \frac{c_1}{r^2} (1 + \nu_0^R) + d_1 (1 - 3 \nu_0^R) r^2 \right. \\
 & - 2 A_1 \ln r + \frac{1}{8} \rho g r^2 (3 - \nu_0^R) \left. \right\} \sin \theta \\
 & + \left\{ -2 a_2 (\nu_0^R + 1) r - 4 b_2 \nu_0^R r^3 + \frac{2 c_2 (\nu_0^R + 1)}{r^3} \right. \\
 & + \left. \frac{4 d_2}{r} \right\} \cos 2 \theta + \left\{ -3 a_3 (\nu_0^R + 1) r^2 \right. \\
 & - b_3 (5 \nu_0^R + 1) r^4 + \frac{3 c_3 (\nu_0^R + 1)}{r^4} + \frac{d_3 (\nu_0^R + 5)}{r^2} \\
 & \left. - \frac{1}{8} \rho g r^2 (\nu_0^R + 1) \right\} \sin 3 \theta \left. \right] - S_2 \sin \theta \\
 u_\theta^R = & \frac{1}{E_0^R} \left[-\left\{ b_1 (1 - \nu_0^R) (1 - \ln r) + \frac{c_1 (1 + \nu_0^R)}{r^2} \right. \right. \\
 & + d_1 (5 + \nu_0^R) r^2 + 2 A_1 (\ln r + \nu_0^R) \\
 & \left. - \frac{1}{8} \rho g r^2 (5 \nu_0^R + 1) \right\} \cos \theta + \left\{ 2 a_2 (\nu_0^R + 1) r \right. \\
 & + 2 b_2 (\nu_0^R + 3) r^3 + \frac{2 c_2 (\nu_0^R + 1)}{r^3} + \frac{2 d_2 (\nu_0^R - 1)}{r} \left. \right\} \\
 & \cdot \sin 2 \theta - \left\{ 3 a_3 (\nu_0^R + 1) r^2 + b_3 (3 \nu_0^R + 7) r^4 \right. \\
 & + \frac{3 c_3 (\nu_0^R + 1)}{r^4} + \frac{d_3 (3 \nu_0^R - 1)}{r^2} + \frac{1}{8} \rho g r^2 (\nu_0^R + 1) \left. \right\} \\
 & \cdot \cos 3 \theta \left. \right] + S_2 \sin \theta \\
 & \dots\dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

一方コンクリートライニングに作用する半径方向応力 σ_{rr}^R , 周方向応力 $\sigma_{\theta\theta}^R$, せん断応力 $\sigma_{r\theta}^R$, 半径方向変位 u_r^R ,

$$\begin{aligned}
 & \text{周方向変位 } u_\theta^R \text{ は, 一般形で表わせば,} \\
 \sigma_{rr}^c = & \frac{b'_0}{r^2} + 2 c'_0 + \left(\frac{b'_1}{r} - \frac{2 c'_1}{r^3} + 2 d'_1 r - \frac{2 A'_1}{r} + \frac{3}{4} \rho' g r \right) \\
 & \cdot \sin \theta - \left(2 a'_2 + \frac{6 c'_2}{r^4} + \frac{4 d'_2}{r^2} \right) \cos 2 \theta \\
 & - \left(6 a'_3 r + 4 b'_3 r^3 + \frac{12 c'_3}{r^5} + \frac{10 d'_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho' g r \right) \\
 & \cdot \sin 3 \theta \\
 \sigma_{\theta\theta}^c = & - \frac{b'_0}{r^2} + 2 c'_0 + \left(\frac{b'_1}{r} + \frac{2 c'_1}{r^3} + 6 d'_1 r + \frac{1}{4} \rho' g r \right) \sin \theta \\
 & + \left(2 a'_2 + 12 b'_2 r^2 + \frac{6 c'_2}{r^4} \right) \cos 2 \theta \\
 & + \left(6 a'_3 r + 20 b'_3 r^3 + \frac{12 c'_3}{r^5} + \frac{2 d'_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho' g r \right) \\
 & \cdot \sin 3 \theta \\
 \sigma_{r\theta}^c = & \frac{A'_0}{r^2} + \left(-\frac{b'_1}{r} + \frac{2 c'_1}{r^3} - 2 d'_1 r + \frac{1}{4} \rho' g r \right) \cos \theta \\
 & + \left(2 a'_2 + 6 b'_2 r^2 - \frac{6 c'_2}{r^4} - \frac{2 d'_2}{r^2} \right) \sin 2 \theta \\
 & - \left(6 a'_3 r + 12 b'_3 r^3 - \frac{12 c'_3}{r^5} - \frac{6 d'_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho' g r \right) \\
 & \cdot \cos 3 \theta \\
 & \dots\dots\dots (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_r^c = & \frac{1}{E_0^c} \left[-\frac{b'_0}{r} (1 + \nu_0^c) + 2 c'_0 (1 - \nu_0^c) r \right. \\
 & + \left\{ b'_1 (1 - \nu_0^c) \ln r + \frac{c'_1}{r^2} (1 + \nu_0^c) + d'_1 (1 - 3 \nu_0^c) r^2 \right. \\
 & - 2 A'_1 \ln r + \frac{1}{8} \rho' g r^2 (3 - \nu_0^c) \left. \right\} \sin \theta \\
 & + \left\{ -2 a'_2 (\nu_0^c + 1) r - 4 b'_2 \nu_0^c r^3 \right. \\
 & + \frac{2 c'_2 (\nu_0^c + 1)}{r^3} + \frac{4 d'_2}{r} \left. \right\} \cos 2 \theta \\
 & + \left\{ -3 a'_3 (\nu_0^c + 1) r^2 - b'_3 (5 \nu_0^c + 1) r^4 + \frac{3 c'_3 (\nu_0^c + 1)}{r^4} \right. \\
 & + \frac{d'_3 (\nu_0^c + 5)}{r^2} - \frac{1}{8} \rho' g r^2 (\nu_0^c + 1) \left. \right\} \sin 3 \theta \left. \right] \\
 & - S_2 \sin \theta \\
 u_\theta^c = & \frac{1}{E_0^c} \left[-\left\{ b'_1 (1 - \nu_0^c) (1 - \ln r) + \frac{c'_1 (1 + \nu_0^c)}{r^2} \right. \right. \\
 & + d'_1 (5 + \nu_0^c) r^2 + 2 A'_1 (\ln r + \nu_0^c) - \frac{1}{8} \rho' g r^2 (5 \nu_0^c + 1) \left. \right\} \\
 & \cdot \cos \theta + \left\{ 2 a'_2 (\nu_0^c + 1) r + 2 b'_2 (\nu_0^c + 3) r^3 \right. \\
 & + \frac{2 c'_2 (\nu_0^c + 1)}{r^3} + \frac{2 d'_2 (\nu_0^c - 1)}{r} \left. \right\} \sin 2 \theta \\
 & - \left\{ 3 a'_3 (\nu_0^c + 1) r^2 + b'_3 (3 \nu_0^c + 7) r^4 + \frac{3 c'_3 (\nu_0^c + 1)}{r^4} \right. \\
 & + \frac{d'_3 (3 \nu_0^c - 1)}{r^2} + \frac{1}{8} \rho' g r^2 (\nu_0^c + 1) \left. \right\} \cos 3 \theta \left. \right] \\
 & \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

となる。ここで E_0^c , ν_0^c , ρ' はそれぞれコンクリートの

ヤング係数，ポアソン比および単位重量である。

ライニングと地山の境界条件は次式で表わすことができる。

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \quad \sigma_{rr}^c(r_1)=0 \\ \textcircled{2} \quad \sigma_{r\theta}^c(r_1)=0 \\ \textcircled{3} \quad \sigma_{rr}^c(r_0)=\sigma_{rr}^R(r_0) \\ \textcircled{4} \quad \sigma_{r\theta}^c(r_0)=0 \\ \textcircled{5} \quad \sigma_{r\theta}^R(r_0)=0 \\ \textcircled{6} \quad u_r^c(r_0)=u_r^R(r_0) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

ここで①②はライニング内壁での境界条件を，③～⑥は外壁での境界条件を与えている。またトンネルから十分離れた位置 ($r \rightarrow \infty$) では以下の関係が成り立っている。

$$\sigma_{xx} = -k\rho g(h - r \sin\theta), \quad \sigma_{yy} = -\rho(h - r \sin\theta), \\ \sigma_{xy} = 0$$

これらの境界条件から未定係数を求めると，それらは以下のようになる。ただし， $X = r_1/r_0$ とおいている。

$$\begin{aligned} A_0 &= 0 \\ c_0 &= -\rho g(1+k)h/4, \quad d_1 = \rho g k/8 \\ a_2 &= -\rho g(1-k)h/4, \quad a_3 = \rho g k/24 \\ b_0 &= \rho g(1+k)h r_0^2/2 + \rho g(1+k)h r_0^2(X^2-1)/(2 Q_0) \\ A_1 &= |\rho g + \rho' g(X^2-1)| r_0^2/2 \\ b_1 &= (1-\nu_0^c) |\rho g + \rho' g(X^2-1)| r_0^2/4 \\ c_1 &= -\rho g r_0^2(\nu_0^c - k)/8 - r_0^2 \rho' g(X^2-1)(\nu_0^c - 1)/8 \\ c_2 &= -\rho g(1-k)h r_0^2/4 \\ &\quad - \rho g(1-k)h r_0^2(X^2-1)^2(\nu_0^c - 3)/(4 Q_2) \\ d_2 &= \rho g(1-k)h r_0^2/2 \\ &\quad - 3 \rho g(1-k)h r_0^2(X^2-1)^2(\nu_0^c - 3)/(4 Q_2) \\ c_3 &= \rho g(1-k) r_0^6/12 \\ &\quad + \rho g(1-k) r_0^6(\nu_0^c - 3)(X^4 + 4X^2 + 1)(X^2-1)^3/(8 Q_3) \\ d_3 &= -\rho g(1-k) r_0^6/8 \\ &\quad - \rho g(1-k) r_0^6(\nu_0^c - 3)(X^4 + 4X^2 + 1)(X^2-1)^3/(8 Q_3) \\ &\quad \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

一方シールドリングの係数は，

$$\begin{aligned} A'_0 &= 0 \\ b'_0 &= \rho g(1+k)(\nu_0^R + 1)h r_0^2 X^2/(2 Q_0) \\ c'_0 &= -\rho g(1+k)h(\nu_0^R + 1)/(4 Q_0) \\ A'_1 &= -\rho' g X^2 r_0^2/2 \\ b'_1 &= -(1-\nu_0^R) \rho' g X^2 r_0^2/4 \\ c'_1 &= r_0^2 X^4 \rho' g(1-\nu_0^R)/(8 Q_1) \\ d'_1 &= \rho' g(X^2 \nu_0^R + 1)/(8 Q_1) \\ a'_2 &= -3 \rho g(1-k)h(\nu_0^R - 3)(2X^4 + X^2 + 1)/(4 Q_2) \\ b'_2 &= \rho g(1-k)h(\nu_0^R - 3)(3X^2 + 1)/(4 r_0^2 Q_2) \\ c'_2 &= -\rho g(1-k)h r_0^6(\nu_0^R - 3)X^4(X^2 + 3)/(4 Q_2) \\ d'_2 &= 3 \rho g(1-k)h r_0^6(\nu_0^R - 3)X^2(X^4 + X^2 + 2)/(4 Q_2) \\ a'_3 &= -\rho' g/24 \\ &\quad + \rho g(1-k)(\nu_0^R - 3)(3X^6 + X^4 + X^2 + 1)/(4 Q_3) \end{aligned}$$

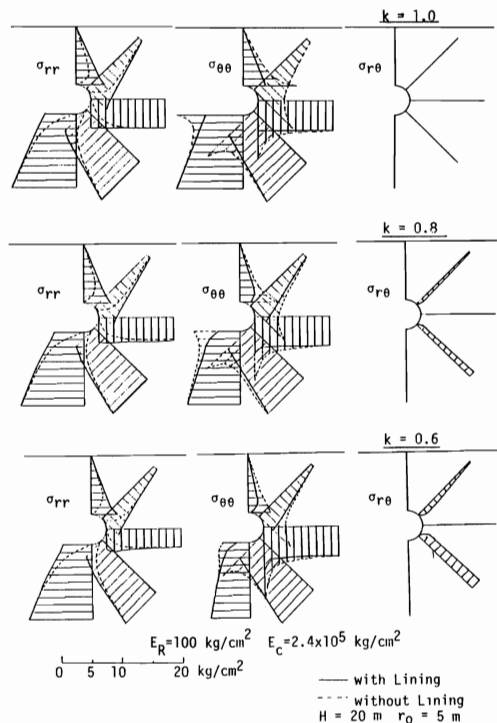
$$\begin{aligned} b'_3 &= -\rho g(1-k)(\nu_0^R - 3)(4X^4 + X^2 + 1)/(8 r_0^2 Q_3) \\ c'_3 &= \rho g(1-k) r_0^6(\nu_0^R - 3)X^6(X^4 + X^2 + 4)/(8 Q_3) \\ d'_3 &= -\rho g(1-k) r_0^6(\nu_0^R - 3)X^4(X^6 + X^4 + X^2 + 3)/(4 Q_3) \\ S_2 &= [e|b'_1(1-\nu_0^c) \ln r_0 + c'_1(1+\nu_0^c)/r_0^2 \\ &\quad + d'_1(1-3\nu_0^c)r_0^2 - 2A'_1 \ln r_0 \\ &\quad + \rho' g r_0^2(3-\nu_0^c)/8 - c_1(1+\nu_0^c)]/r_0^2 \end{aligned} \dots\dots\dots(12)$$

ただし

$$\begin{aligned} Q_0 &= X^2(e\nu_0^c + e - \nu_0^R - 1) - (e\nu_0^c - e - \nu_0^R - 1) \\ Q_1 &= X^2 + 1 \\ Q_2 &= (X^6 - 3X^4 + 3X^2 - 1)(e\nu_0^c - 5e - \nu_0^R - 5) \\ &\quad - 8e(3X^4 + 1) \\ Q_3 &= (X^{10} + X^8 - 8X^6 + 8X^4 - X^2 - 1) \\ &\quad \cdot (e\nu_0^c - 7e - \nu_0^R + 7) - 12e(6X^6 - 2X^4 + X^2 + 1) \\ e &= E_R^R/E_0^c \end{aligned} \dots\dots\dots(13)$$

上記のポアソン比，ヤング係数または変形係数は平面応力場に対応する値であるが， ν_0^R ， ν_0^c をそれぞれ $\nu_R/(1-\nu_R)$ ， $\nu_c/(1-\nu_c)$ ，さらに E_R^R ， E_0^c をそれぞれ $E_R/(1-\nu_R^2)$ ， $E_c/(1-\nu_c^2)$ に置き換えれば，平面ひずみ状態における値となる。

ライニングに発生するトンネル軸方向単位幅当たりの断面力はライニングに発生する応力をライニングの厚さについて積分すればよい。単位幅当たりのモーメント，



図—2 地山内の応力分布

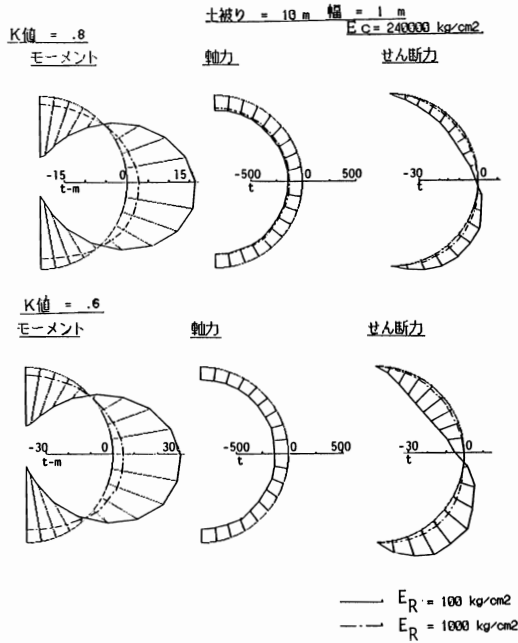


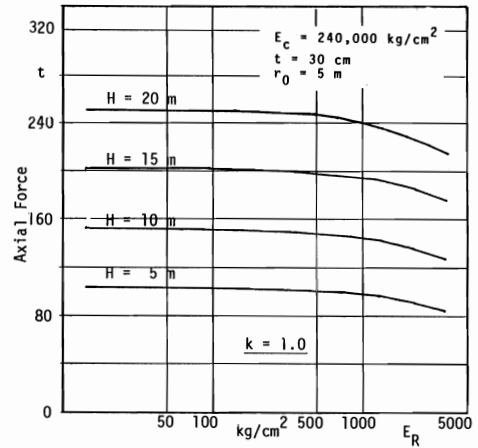
図-3 ライニングに発生する断面力 ($t=30 \text{ cm}$, $h=15 \text{ m}$)

軸力およびせん断力をそれぞれ $M(\theta)$, $N(\theta)$, $S(\theta)$ で表わすとすれば、それらは以下のように与えられる。

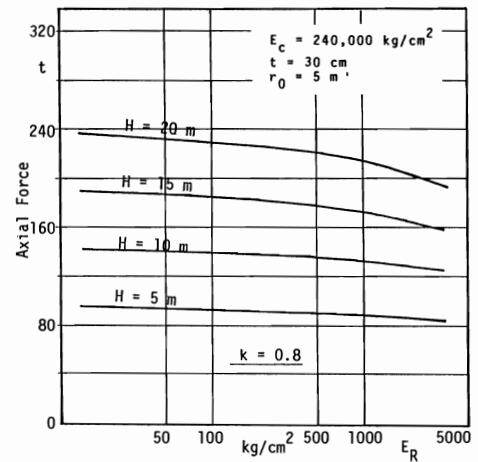
$$\left. \begin{aligned} M(\theta) &= \int_A \{ \sigma_{\theta\theta}^c - N(\theta) / (r_0 - r_1) \} r dr \\ N(\theta) &= \int_A \sigma_{\theta\theta}^c dr \\ S(\theta) &= \int_A \sigma_{r\theta}^c dr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

3. 地山の応力分布とライニングに働く断面力

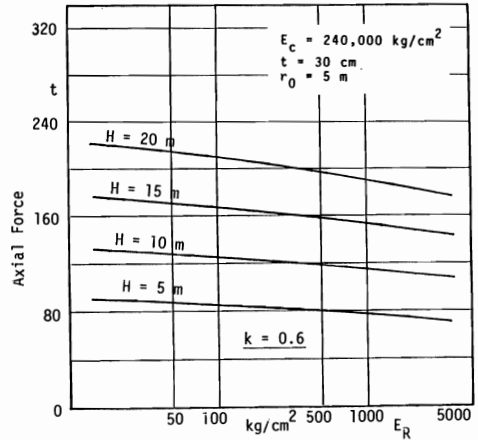
図-2 は側圧係数 k がそれぞれ 1.0, 0.8, 0.6 のとき、地山に発生する応力 σ_{rr}^R , $\sigma_{\theta\theta}^R$, $\sigma_{r\theta}^R$ を示したものである。土被りは 20 m とし、トンネルの半径は 5 m, 土の単位体積重量は 2.0 t/m^3 , また地山の変形係数は $E_R = 100 \text{ kg/cm}^2$ (9.8 MPa), ライニングのヤング係数は $E_c = 2.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ (23.5 GPa) にとっている。実線はライニングを施工した状態を表わしており、破線は掘削後ライニングを施工せずに十分時間が経過した状態を表わしている。シールドトンネルの場合には山岳トンネルと異なり^{1), 2)}, ライニングのヤング係数に対する地山の変形係数の比 E_R/E_c が極端に低くなるため (図の場合で 4×10^{-4}), 裏込め注入材の適切な施工によって掘削後地山とライニングの間に空隙が発生しない限り, 地山に発生する直応力は掘削前の状態に近い。その結果, ライニングによる効果が著しく大きく, 直応力に関しては掘削後も掘削前の地山にほぼ近い状態を保つことができる。しかし, ライニングと地山の境界でせん断応力が 0 とな



(a) $k=1.0$



(b) $k=0.8$



(c) $k=0.6$

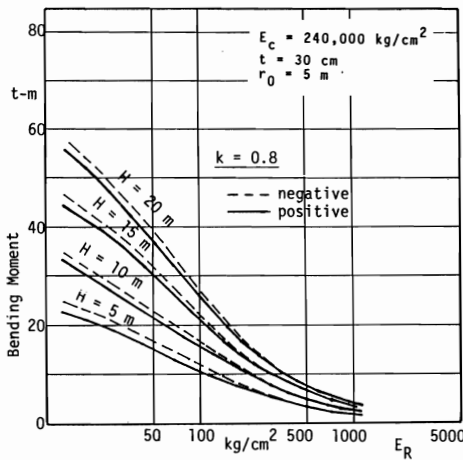
図-4 軸力と地山の変形係数

る場合には必ずしもこの事実は地山が塑性化しないことにはつながらない。

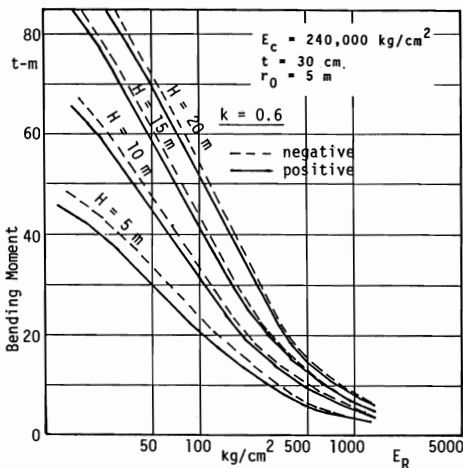
図-3 はライニングに発生するモーメント, 軸力, せ

ん断力の一例を示したものである。図の上側は側圧係数が $k=0.8$ の場合を、下側は $k=0.6$ の場合を示している。ここではライニングの厚さ t を 30 cm, ヤング係数 E_c を $2.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ (23.5 GPa) にとっている。図中、実線は地山の変形係数 E_R を 100 kg/cm^2 (9.8 MPa), 一点鎖線は 1000 kg/cm^2 (98 MPa) とした場合である。側圧係数 k が 1 のときはモーメントおよびせん断力はほとんど発生せず、軸力は $k=0.8, k=0.6$ の場合とほぼ一致するため、ここでは示していない。土被りが一定であれば、側圧係数が 1 より小さくなるにつれて、モーメントとせん断力は増加するが、軸力はほとんど変化することはない。せん断力の絶対値はきわめて小さく、地山が塑性化しないかぎりセグメント継手がモーメントの伝達のためにあることがわかる。

より一般的傾向を知るために、軸力やモーメントに対する側圧係数 k , 土被り H , 地山の変形係数 E_R の関



(a) $k=0.8$



(b) $k=0.6$

図-5 モーメントと地山の変形係数

係を求め、図-4(a), (b), (c), 図-5(a), (b) に示した。図-4に示すように、ライニングに働く軸力は地山の変形係数 E_R が変化しても、変化は少ないので、地山の変形係数が低いときの値をもって設計すれば、妥当な安全側の設計が可能である。これに対して、図-5に示すモーメントは、地山の変形係数 E_R の増大とともに急速に減少している。軸力の変動が側圧係数や地山の変形係数に影響されにくいことを考えると、ライニングの断面が力学的には主にモーメントの大きさによって左右されることを物語っている。緩み土圧ではなく、鉛直土圧を地表面からとった場合には、シールドトンネルに働く断面力の現行の設計法は⁶⁾、地山の変形係数が低い値をとるときと一致している。

上記の計算は地山が弾性状態にあって、常に安定であると仮定して行った計算結果である。側圧係数 k , 変形係数 E_R , 土被り H の組合せによっては、掘削後地山が塑性化することも考えられるから、図-2~6の利用にあたっては、以下に述べるように地山が塑性化しない限界を把握し、その枠内で用いる必要がある。

4. コンクリートライニング施工後のトンネルの安定性

前節で述べたように、シールドトンネルの設計では、ライニングに作用する断面力に対して安全な断面寸法の決定のほかに、地山を塑性化させないための条件もあわせて検討しなければならない。

地山の安定性を調べるには、地山が蓄えることができる最大形状弾性ひずみエネルギーと、地山に発生する形状弾性ひずみエネルギーを比較すればよい¹⁾。地山に発生する形状弾性ひずみエネルギー U_s は次式によって求めることができる。

$$U_s(k, \theta) = \frac{1}{6G} [(\sigma_{rr}^{(R)} + \sigma_{\theta\theta}^{(R)})^2 - 3\sigma_{rr}^{(R)}\sigma_{\theta\theta}^{(R)} + 3\sigma_{r\theta}^{(R)2}] \dots (15)$$

ここでは山岳トンネルと違って比較的浅いトンネルを対象としているから、地山の材料定数として一軸圧縮強度 σ_y よりかは、粘着力 c や内部摩擦角 ϕ を用いる方が都合がよい。そこで、最大形状弾性ひずみエネルギーの算定には Drucker-Prager の降伏条件を用いることにする¹⁾。Von Mises の降伏条件の場合には、以下の式において、内部摩擦角 ϕ を 0° にとり、粘着力比 $2c/s$ を地山強度比 σ_y/s に読み換えればよい¹⁾。ただしここで $s = \rho g(h-y)$ であり、 c は粘着力を表わしている。Drucker-Prager の降伏条件による最大形状弾性ひずみエネルギーは以下の式で与えられる。

$$\bar{U}_s = \frac{s^2}{6G} \left[\frac{12(\sigma_{rr}^{(R)} + \sigma_{\theta\theta}^{(R)}) \cdot s \cdot \sin\phi + 3(2c/s) \cdot \cos\phi^2}{(3 - \sin\phi)^2} \right] \dots (16)$$

これら2つの形状弾性ひずみエネルギーの間に、常に次の関係が満たされるならば、円孔周辺の地山は塑性化することはない。

$$\bar{U}_s > U_s(k, \theta) \dots \dots \dots (17)$$

しかし、式(17)の形では、単に地山が弾性状態にとどまるか、塑性化するかの判定を知るのみで、地山の安定性を定量化することができない。そこでここでは、以下に示す安全率を用いて、塑性化の程度を定量化する。

$$f = \sqrt{\bar{U}_s + (U_s^{(2)} - U_s^{(3)}) / U_s^{(2)}} \dots \dots \dots (18)$$

上式で \bar{U}_s は式(16)で与えられる最大形状弾性ひずみエネルギーである。 $U_s^{(2)}$ は掘削のみでライニングを施工しないときに地山に発生する形状弾性ひずみエネルギーである。 $U_s^{(3)}$ の値の求め方はライニング厚 t を0とおいて求めた応力から、式(15)のエネルギーを導いて決定すればよい。それに対して、 $U_s^{(3)}$ は、ライニングを施工したとき地山に発生する形状弾性ひずみエネルギーを表わしている。したがって、式(18)において $U_s^{(2)} - U_s^{(3)}$ はライニングの施工によって改善される形状弾性ひずみエネルギーである。式(18)の安全率の値が1以上であれば、その結果は式(17)に一致する。また、安全率が1以下であれば地山が塑性化することを表わしている。

図-6(a), (b)は地山内の各地点でこの安全率がどのようにになっているかを等高線で示した計算結果の一例

である。ライニング厚は $t=30$ cmにとり、ライニングのヤング係数は $E_c=2.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ (23.5 GPa)とされている。それぞれ図-6(a)は粘性土 ($2c/s=1.5$, $\phi=0^\circ$)、図-6(b)は砂質土 ($2c/s=0$, $\phi=40^\circ$) の一例である。図の上側は土被り20 m、下側は土被り10 mの場合である。また、図の左半分は側圧係数 $k=1.0$ の場合、右半分は $k=0.7$ の場合である。トンネルの外径は5 m、地山の変形係数 $E_R=100 \text{ kg/cm}^2$ (9.8 MPa)にとっている。塑性化する領域は斜線で示されている。

側圧係数 $k=1$ では与えられた条件のもとで粘性土、砂質土ともに、地表面が塑性化する。トンネル周壁の領域で粘性土では塑性化しないものの、やや安全率が低下している。一方側圧係数 $k=0.7$ の場合には、粘性土では周辺の地山の状態が複雑な様相を示す。トンネル下部で比較的安定であるのに対し、側壁、天端近くの地山が不安定となる。砂質土では天端での領域が塑性化しており、土被りが10 mの場合には20 mの場合に対して、地表面の塑性領域と天端の塑性領域がつながっている。これらの傾向は、地山の条件によって異なり、粘着力比 $2c/s$ や内部摩擦角 ϕ の値によって変化する。したがって、図-6は比較的不安定な条件下における一例にすぎないが、土被りが浅いトンネルの特徴として、重力の影響が大きく、下端部付近と比べて天端から地表面にかけ

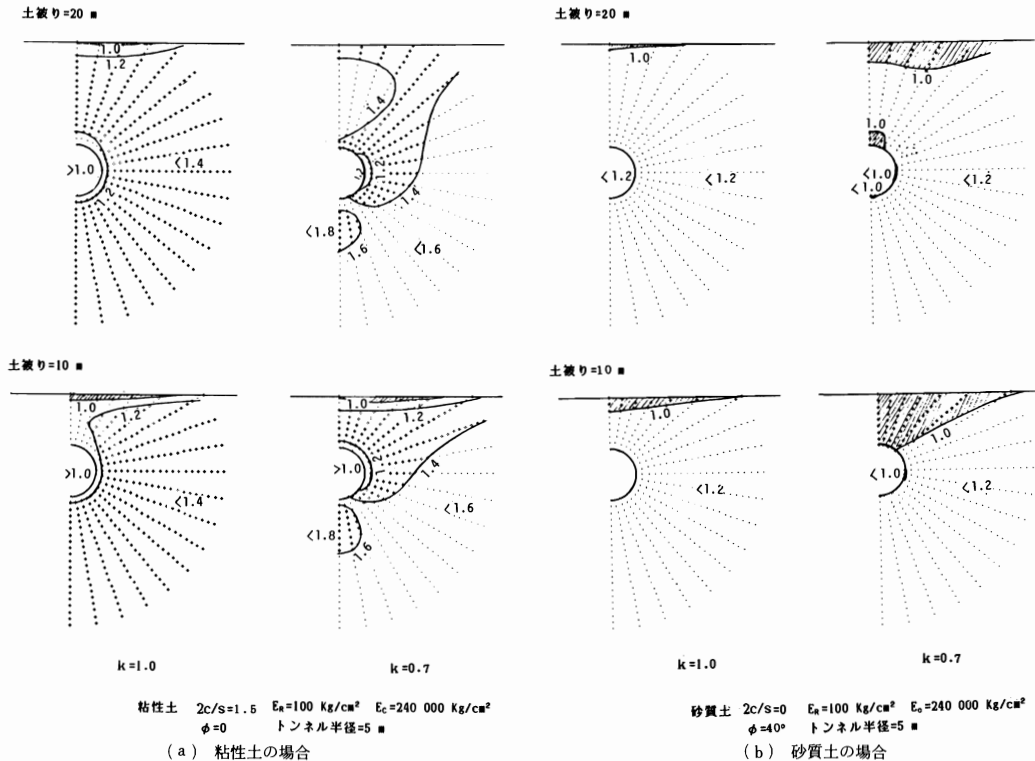


図-6 塑性化する領域と安全率

ての領域が不安定になる傾向がある。

5. 地下水の影響を考慮したシールドトンネルの安定性

地山内に間隙水圧が作用している場合、平均的にみて静水圧とみなすことができるならば、水圧は等方性の応力であるから偏差応力に影響を与えることはない。この事実から、間隙水圧が存在する場合、形状弾性ひずみエネルギーの計算に用いる応力は、地山に発生する応力からこの水圧による静水圧の成分を差し引いた有効応力成分になる。Drucker-Prager や Mohr-Coulomb の降伏条件では、この有効応力を用いて平均応力を求めるため、地下水が作用する場合には平均応力は減少し、地山に蓄えられる最大形状弾性ひずみエネルギーが小さくなる。しかし、地山に発生する形状弾性ひずみエネルギーにも有効応力に関しては同様なことがあてはまる。その結果上述の2つの形状弾性ひずみエネルギー相互の大小関係から定まる地山の安定性が、必ずしも水圧が作用しても、悪くなるとは限らない。

地下水の影響を考慮するとき、地下水面下の土の重量を水中重量にとると、無限遠での境界条件は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= -k[\rho(h-h_w) - (\rho_{sat} - \rho_w)(h_w - r \sin \theta)]g \\ \sigma_{yy} &= -[\rho(h-h_w) - (\rho_{sat} - \rho_w)(h_w - r \sin \theta)]g \\ \sigma_{xy} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

ただし ρ は地下水面より上の土の湿潤密度、 ρ_{sat} は地下水面下の土の飽和湿潤密度、 ρ_w は地下水の密度、 h はトンネル中心から地表面までの距離、 h_w はトンネル中心から地下水面までの距離である。式 (19) の境界条件を用いてこれまでと同様の解析を行うと、4. の地下水の影響を考慮しない場合と同様に、応力と変位を求めることができる。一例として地下水面が地表面の位置にあるとき、ライニングと地山の境界 ($r = r_0$) での応力を示せば、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r_0, \theta) &= \frac{\{s(1+k) + 2h_w\rho_w g\}\Delta_2 e}{2\Delta_1} - \frac{s(1+k)}{2} \\ &\quad - \rho_w r_0 \sin \theta \\ \sigma_{\theta\theta}(r_0, \theta) &= -\frac{\{s(1+k) + 2h_w\rho_w g\}\Delta_2 e}{2\Delta_1} + \frac{s(1+k)}{2} \\ &\quad + \frac{r_0\{2k(\rho - \rho_w)(1 - \nu_R) + (1 - 2\nu_R)(\rho + 2\rho_w\delta)\}}{2(1 - \nu_R)} \\ &\quad \cdot \sin \theta - 2(\rho g h_1 + (\rho - \rho_w)h_w)(1 - k) \cos 2\theta \\ &\quad + (\rho - \rho_w)r_0(1 - k) \sin 3\theta \\ \sigma_{r\theta}(r_0, \theta) &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots(20)$$

ただし

$$\begin{aligned} s &= (\rho - \rho_w)h_w + \rho h_1 g \\ h_1 &= h - h_w, \quad \delta = t/r_0 \\ \Delta_1 &= \delta\{E_R(1 + \nu_c)/E_c - (1 + \nu_R)\} - E_R(1 - \nu_c^2)/E_c \\ \Delta_2 &= \delta/(1 - \nu_c) - 1 \\ e &= E_R(1 - \nu_c^2)/\{E_c(1 - \nu_R^2)\} \end{aligned}$$

図-7は地下水面が地表面の位置にあるとき、式 (18) に従って、側圧係数 $k=1$ の場合の地山内の安全率を求めたものである。図の左側は粘性土 ($2c/s=1.5, \phi=0^\circ$) の場合を、右側は砂質土 ($2c/s=0, \phi=40^\circ$) の場合を示している。これを図-6に示す間隙水圧が作用しない結果と比較すれば、粘性土では間隙水圧が作用する場合の方がかえって安定になるのに対して、砂質土の場合ではより不安定になり、天端から地表面にかけての塑性化領域が大きくなっている。

図-7は特定の条件のもとでの結果であるが、図-8(a), (b) に側圧係数 $k=1$ の場合について地山が塑性化する限界を示した。図中、実線は地下水がない場合であり、一点鎖線は地下水面が地表面にある場合である。いずれも地山の条件がこれらの線の上側にある領域は、線に示された条件下でトンネル周辺の地山は塑性化することはない。これに対して、線の下側にある場合にはトンネル周辺の地山の一部分が塑性化することを表わして

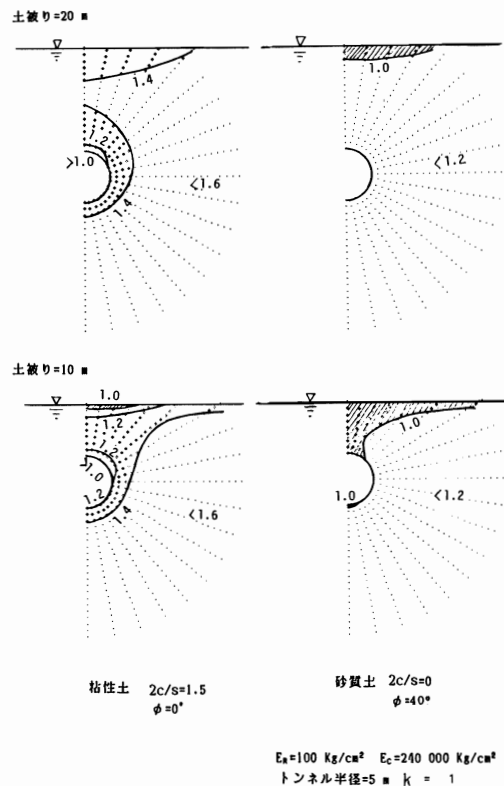


図-7 間隙水圧作用下における地山の安定領域

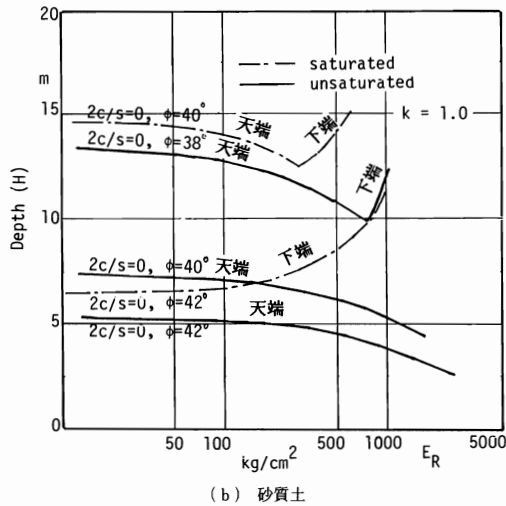
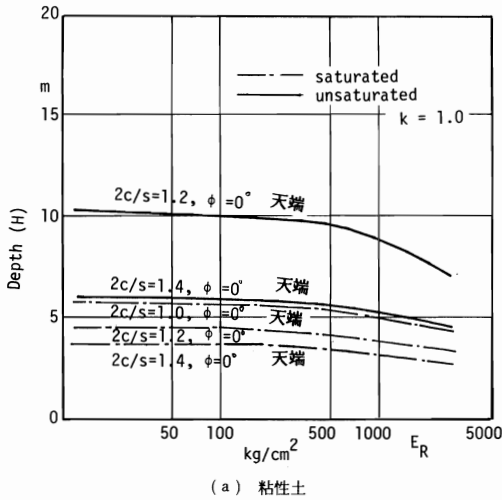


図8 地山が塑性化しないための限界

いる。線上に示す「天端」、「下端」の記述は最初に塑性化が始まる箇所を示している。

一例として砂質土(図8(b))の場合、粘着力比 $2c/s=0$ 、内部摩擦角 $\phi=40^\circ$ 、地山の変形係数 $E_R=100 \text{ kg/cm}^2$ で土被り $H=10 \text{ m}$ の条件下では、間隙水圧が作用するときには地山は塑性化するが、地下水がないときには、塑性化しないということを読み取ることができる。ただし、地表面表層のごく一部は平均応力が0または0に近いので、常に塑性領域が現われる。これらの図から先にも述べたように、粘性土と砂質土では地下水に対する傾向が異なり、粘性土では地下水は安全側に作用するが、砂質土では危険側に作用することがわかる。

図9は $k=0.8$ 、 $E_R=100 \text{ kgf/cm}^2$ (9.8 GPa)、 $E_c=2.4 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ (23.5 GPa)、 $\nu_R=0.3$ 、 $\nu_c=0.17$ 、 $r_0=5 \text{ m}$ 、 $t/r_0=0.06$ 、 $\rho=2.0 \text{ t/m}^3$ 、 $\rho_w=1.0 \text{ t/m}^3$ 、 h

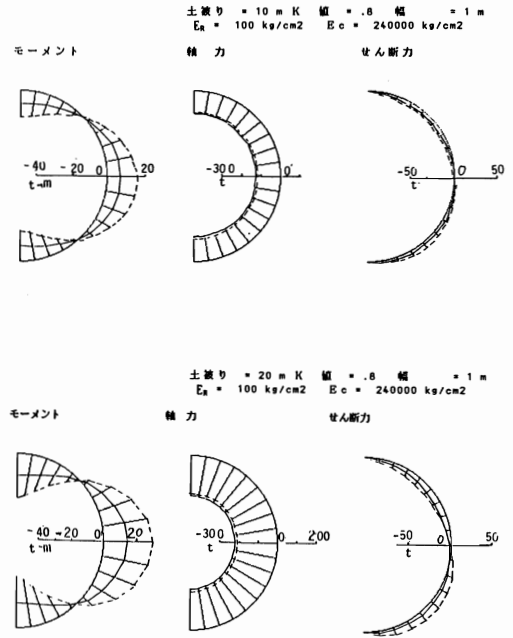


図9 間隙水圧作用下における断面力の分布

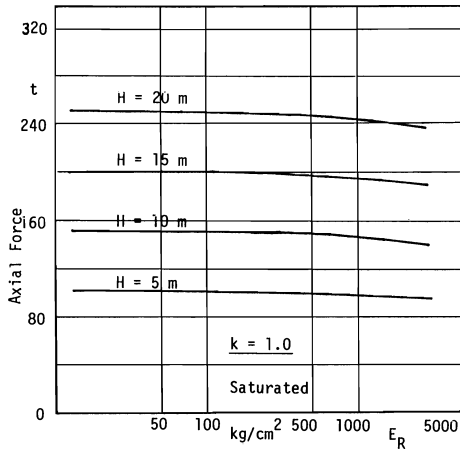
$=h_w$ としたときに、土被り10mと20mの場合のライニングに発生するモーメント、軸力、せん断力を表わしたものである。同時に同じ条件下で地下水が存在しない場合の断面力も破線で表わしている。ライニングに作用する応力は静水圧により近くなるので、モーメントやせん断力は間隙水圧のない場合と比べて、より小さな値となっている。しかし、間隙水圧は作用するので、軸力は地下水がない場合よりやや大きな値になる。地山の安定性やライニングの断面力に対する地下水の影響は、地山の条件によって左右されるので、いつも安全側になるとは限らない。

図10(a), (b)、図11に地下水がある場合のそれぞれ軸力、曲げモーメントと地山の変形係数の関係を示した。これらの図はそれぞれ図4、図5と対応している。軸力はほぼ同等の値となるのに対して、曲げモーメントについては、地下水が存在しない場合のほぼ1/2の値となっている。

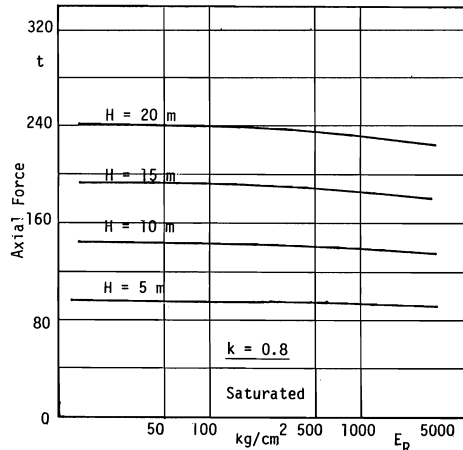
6. 結 論

本研究は、シールドトンネルの安定性を評価する手法に関する提案である。本論文によって得られた結論は以下のようにまとめられる。

(1) シールドトンネル施工時の地山の安定性を、地山に生ずる形状弾性ひずみエネルギーと地山が蓄えることができる最大形状弾性ひずみエネルギーの大小関係から判定する手法を提案した。

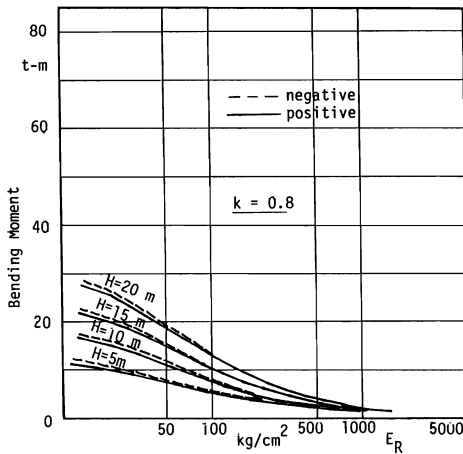


(a) 地下水面下 $k=1.0$



(b) 地下水面下 $k=0.8$

図—10 軸力と地山の変形係数



図—11 モーメントと地山の変形係数 (地下水面下 $k=0.8$)

(2) トンネルのライニングに発生する曲げモーメントは、地山の変形係数および側圧係数 ($0 \leq k < 1$) が大きくなるにつれて著しく減少するが、一方これらの特性値に対する軸力はほとんど変化しない。シールドトンネルに働く断面力の現行の設計法は地山の変形係数が低い値のときに一致し、地山の変形係数が高いときには安全側の設計になる。

(3) 地下水面下にあるトンネルでは、地下水面がないトンネルと比べてライニングに働く曲げモーメントは著しく減少するものの、軸力の増加はきわめて小さい。

地山の安定性については地山の条件と地下水面の位置によってさまざまに変化するが、一般的な地下水面下にあるトンネルでは、粘性土ではより安全側に、砂質土ではより危険側になる。

参考文献

- 1) 西岡 隆・松本嘉司：形状弾性ひずみエネルギーによるトンネル周辺地山の安定解析，土木学会論文集，第 376 号，pp.151～160，1986.12.
- 2) 松本嘉司・西岡 隆・鹿野正人：吹付けコンクリートとロックボルトを用いたトンネルの特性と事前設計方法，土木学会論文集，第 376 号，pp.161～169，1986.12.
- 3) 松本嘉司・西岡 隆・佐野可寸志：土被りの浅いトンネルの事前設計方法，土木学会論文集，第 394 号，pp.105～114，1988.6.
- 4) M.J. ボックス，D. デイビズ，W.H. スワン著（黒田充訳）：非線形最適化法の技法，培風館.
- 5) 今野 浩・山下 浩：非線形計画法，日科技連，1978.
- 6) 土木学会：トンネル標準示方書（シールド編）・同解説，1986.
- 7) Mindlin, R.D. : Stress Distribution Around a Tunnel, Trans. ASCE, Vol.105, 1940.
- 8) 安蔵善之助：水平表面に接して 1 円孔を有つ重力体中の応力に就いて，九州大学工学部彙集，Vol.12, No.3, 1937.
- 9) 伊藤富雄：傾斜面下に掘ったトンネルの周辺応力について，土木学会誌，36-2, 1951.

(1988.8.1・受付)